



۱) مجموع اعداد صحیحی که در مجموعه جواب‌های نامعادله $||x - 1| - 3| < 4$ قرار دارند، کدام است؟

- ۱۳ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۰ (۴) صفر

۲) بیشترین مقدار تابع $f(x) = [5 - x^2] + [3 + x^2]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- ۷ (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

۳) اگر $x^2 < x$ باشد حاصل عبارت $[x] + [x^3] + [x^5]$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۴) اگر $|3x + 4| < 5$ باشد $[x]$ چند مقدار می‌تواند داشته باشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵) در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ ، بالاتر از نمودار تابع $y = 2x + |x|$

است. طول نقطه‌ی وسط این بازه کدام است؟

- ۲- (۱) ۱٫۵- (۲) ۱- (۳) ۰٫۵- (۴)

۶) مجموعه جواب معادله $[2x] + [3x] = 0$ کدام است؟

- $[0, \frac{1}{3})$ (۱) $[0, \frac{1}{3})$ (۲) $[0, \frac{1}{2})$ (۳) $[0, \frac{1}{3}]$ (۴)

۷) مجموعه جواب‌های نامعادله $|x - 2| > -3$ بازه (a, b) است. مقدار ab کدام است؟

- ۲- (۱) $-\frac{7}{2}$ (۲) $-\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{5}{4}$ (۴)

۸) اگر $[x] = 1$ باشد آن گاه حاصل $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $2x - 3$ (۴)



۹ دامنه‌ی تابع $y = \frac{x}{\sqrt{[x]^2 - 5}}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

- ۱ $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$
 ۲ $\mathbb{R} - [-2, 3]$
 ۳ $\mathbb{R} - (-2, 3]$
 ۴ $x < -\sqrt{5}$ یا $x > \sqrt{5}$

۱۰ جواب معادله‌ی $[3x - 2] = -4$ کدام است؟ (نماد [] ، جزء صحیح است.)

- ۱ $[-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$
 ۲ $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}]$
 ۳ $(-1, -\frac{2}{3}]$
 ۴ $[-1, -\frac{2}{3})$

۱۱ در کدام بازه نمودار تابع $f(x) = |x^2 - x|$ پایین‌تر از نمودار تابع $g(x) = 2x - |x|$ قرار می‌گیرد؟

- ۱ $(0, 1)$
 ۲ $(1, 2)$
 ۳ $(0, 2)$
 ۴ $(-\infty, 2)$

۱۲ جواب نامعادله‌ی $|x + \frac{1}{x}| \leq 2,5$ به کدام صورت است؟

- ۱ $[\frac{1}{2}, 2]$
 ۲ $[-2, 2]$
 ۳ $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$
 ۴ $[-2, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, 2]$

۱۳ مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی $|4x - a| > b$ به صورت $\mathbb{R} - [2, 3]$ است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ۱ ۲
 ۲ ۳
 ۳ ۴
 ۴ ۵

۱۴ معادله‌ی $5x^2 - 3x - 1 = \frac{-1}{[x] + [-x]}$ چند جواب دارد؟

- ۱ ۱
 ۲ صفر
 ۳ ۲
 ۴ بی‌شمار

۱۵ حاصل $[(\sqrt{2} - 1)^4] + [(1 - \sqrt{3})^3]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- ۱ ۰
 ۲ ۲
 ۳ ۱
 ۴ -۱



پاسخ نامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$||x-1|-3| < 4 \Rightarrow -4 < |x-1|-3 < 4$$

$$-1 < |x-1| < 7 \Rightarrow |x-1| < 7 \Rightarrow -7 < x-1 < 7$$

$$-6 < x < 8$$

بنابراین اعداد صحیح $\pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0, 6$ و 7 در نامعادله صدق می کنند که مجموع آنها 13 است.
smart- ۱۴۰۰

۱ ۲ ۳ ۴ ۲ عدد صحیح از داخل جزء صحیح بیرون می آید و $f(x) \in \mathbb{Z}$ $[f(x)] + [-f(x)] = \begin{cases} 0 & f(x) \in \mathbb{Z} \\ -1 & f(x) \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ است.

ابتدا ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$f(x) = [5 - x^2] + [3 + x^2] = 5 + [-x^2 + 3 + x^2] = 8 + \underbrace{[x^2] + [-x^2]}_{\text{صفر یا } (-1)}$$

بیشترین مقدار تابع وقتی بدست می آید که $[x^2] + [-x^2]$ برابر صفر باشد:
 $f(x) = 8 + 0 = 8$ متنا- ۱۳۹۸

۱ ۲ ۳ ۴ ۳ نامعادله را به این صورت می نویسیم: $x^2 - x < 0$ و سپس مجموعه جواب را بدست می آوریم:

$$x(x-1) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & 0 & 1 & +\infty \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \rightarrow 0 < x < 1$$

چون $x \in (0, 1)$ کافی است یک مقدار برای x در این بازه انتخاب کنیم مثلاً $x = \frac{1}{2}$ حال این x را در عبارت جزء صحیح خواسته شده قرار می دهیم:

$$[x] + [x^3] + [x^5] = \left[\frac{1}{2}\right] + \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right] + \left[\left(\frac{1}{2}\right)^5\right] = 0 + 0 + 0 = 0$$

متنا- ۱۳۹۸

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ می دانیم که $k > 0$ $|f(x)| \leq k \rightarrow -k \leq f(x) \leq k$ است.

ابتدا از $|3x+4| < 5$ حدود x را پیدا می کنیم:

$$|3x+4| < 5 \Rightarrow -5 < 3x+4 < 5 \rightarrow -9 < 3x < 1 \rightarrow -3 < x < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3 < x < -2 \Rightarrow [x] = -3 \\ -2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \\ -1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \\ 0 < x < \frac{1}{3} \Rightarrow [x] = 0 \end{cases} \Rightarrow [x] \text{ می تواند چهار مقدار } -3, -2, -1, 0 \text{ را داشته باشد.}$$

متنا- ۱۳۹۸

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ برای این منظور باید نامعادله $|x| + 2x > \frac{9}{2} - x^2$ را حل می کنیم.



$$x \geq 0 \rightarrow -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > 2x + x \rightarrow x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{9}{2} < 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	1	$+\infty$						
$\rightarrow$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;">< 0</td> <td style="width: 15%;">$+$</td> <td style="width: 15%;">0</td> <td style="width: 15%;">$-$</td> <td style="width: 15%;">0</td> <td style="width: 15%;">$+$</td> </tr> </table>					< 0	$+$	0	$-$	0	$+$
< 0	$+$	0	$-$	0	$+$					

$$\rightarrow \frac{-9}{2} < x < 1 \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} 0 \leq x < 1 \quad (I)$$

$$x < 0 \rightarrow -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > 2x - x \rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} < 0$$

x	$-\infty$	-3	$\frac{3}{2}$	$+\infty$						
$\rightarrow$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;">< 0</td> <td style="width: 15%;">$+$</td> <td style="width: 15%;">0</td> <td style="width: 15%;">$-$</td> <td style="width: 15%;">0</td> <td style="width: 15%;">$+$</td> </tr> </table>					< 0	$+$	0	$-$	0	$+$
< 0	$+$	0	$-$	0	$+$					

$$\rightarrow -3 < x < \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} -3 < x < 0 \quad (II)$$

از اجتماع I و II به جواب $-3 < x < 1$ می‌رسیم که طول نقطه‌ی وسط بازه -1 است.

سراسری-۱۳۹۷

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ در معادله $[2x] + [3x] = 0$ باید $x \geq 0$ باشد (چون اگر $x < 0$ باشد $[2x]$ و $[3x]$ هر دو منفی‌اند و مجموعشان برابر صفر نمی‌شود.) و چون $x \geq 0$ است پس باید $[2x] = 0$ و $[3x] = 0$ باشند:

$$\left. \begin{aligned} [2x] = 0 &\Rightarrow 0 \leq 2x < 1 \Rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ [3x] = 0 &\Rightarrow 0 \leq 3x < 1 \Rightarrow 0 \leq x < \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 \leq x < \frac{1}{3}$$

منتا-۱۳۹۸

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ اگر $x \geq 1$ نامعادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$x - 2(x - 1) > -3 \Rightarrow -x > -5 \Rightarrow x < 5 \Rightarrow 1 \leq x < 5$$

اگر $x \leq 1$ نامعادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$x + 2(x - 1) > -3 \Rightarrow 3x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} < x \leq 1$$

بنابراین اجتماع مجموعه جواب‌های فوق جواب نامعادله است:

$$[1, 5) \cup \left(-\frac{1}{3}, 1\right] = \left(-\frac{1}{3}, 5\right)$$

بنابراین $a = -\frac{1}{3}$ و $b = 5$ در نتیجه $ab = -\frac{5}{3}$

smart-۱۴۰۰

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ اگر $[x] = 1$ باشد آن‌گاه $1 \leq x < 2$ است.

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-2)^2} = \underbrace{|x-1|}_{+} + \underbrace{|x-2|}_{-} = x-1 + 2-x = 1$$

سنجش-۱۳۹۴

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹

زیر رادیکال باید مثبت باشد.

$$[x]^2 - 5 > 0 \Rightarrow [x]^2 > 5 \Rightarrow |[x]| > \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} [x] < -\sqrt{5} \Rightarrow x < -2 \\ [x] > \sqrt{5} \Rightarrow x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow D = (-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$$



دقت کنید برای حل نامعادله ی $\sqrt{x} > \sqrt[3]{2,000}$ باید کوچکترین عددی را پیدا کنید که جزء صحیح آن از $2,000$ بزرگتر باشد که این عدد 3 یا بزرگتر از 3 است.

منتا- ۱۳۹۲

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$[3x - 2] = -4 \Rightarrow [3x] - 2 = -4 \Rightarrow [3x] = -2$$

در نتیجه $-2 \leq 3x < -1$ پس $-\frac{2}{3} \leq x < -\frac{1}{3}$ یا بازه ی $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$ جواب معادله است.

سنجش- ۱۳۹۴

باید نامعادله ی $|x^2 - x| < 2x - |x|$ را حل کنیم. برای این منظور داخل قدرمطلق ها را تعیین علامت می کنیم.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$x^2 - x$	$+$	0	$-$	$+$
x	$-$	0	$+$	$+$

$$x < 0 \rightarrow x^2 - x < 2x + x \rightarrow x^2 - 4x < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 < x < 4 \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \emptyset \quad (I)$$

$$0 \leq x \leq 1 \rightarrow -x^2 + x < 2x - x \rightarrow x^2 > 0 \rightarrow x \neq 0 \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} 0 < x \leq 1 \quad (II)$$

$$x > 1 \rightarrow x^2 - x < 2x - x \rightarrow x^2 - 2x < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 < x < 2 \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} 1 < x < 2 \quad (III)$$

از اجتماع جواب های I, II, III به جواب $0 < x < 2$ یا $(0, 2)$ می رسیم.

سنجش- ۱۳۹۴

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲ روش اول:

$$x > 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} \leq 2,5 \rightarrow x^2 - 2,5x + 1 \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \quad (I)$$

$$x < 0 \rightarrow -x - \frac{1}{x} \leq 2,5 \rightarrow x^2 + 2,5x + 1 \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -2 \leq x \leq -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} -2 \leq x \leq -\frac{1}{2} \quad (II)$$

از اجتماع I, II به جواب $[-2, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, 2]$ می رسیم.

روش دوم: چون $x = 0$ مخرج را صفر می کند نباید در گزینه ها باشد پس گزینه های ۲ و ۳ حذف می شوند. بین گزینه ی ۱ و ۴ عدد $x = -1$ را امتحان می کنیم (در گزینه ی ۴ هست ولی در گزینه ی ۱ نیست)

نامعادله $x = -1 \rightarrow 2 \leq 2,5$ صحیح است $\rightarrow$ باید در گزینه ها باشد بنابراین گزینه ی اول حذف می شود.

سنجش- ۱۳۹۴

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳ ابتدا نامعادله را حل می کنیم:

$$|4x - 5| > b \Rightarrow \begin{cases} 4x - a > b \\ 4x - a < -b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{a+b}{4} \\ x < \frac{a-b}{4} \end{cases}$$

بنابراین مجموعه ی جواب های نامعادله به صورت $(-\infty, \frac{a+b}{4}) \cup (\frac{a-b}{4}, +\infty)$ یا $[\frac{a-b}{4}, \frac{a+b}{4}]$ است. پس:

$$\begin{cases} \frac{a-b}{4} = 2 \\ \frac{a+b}{4} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b = 8 \\ a+b = 12 \end{cases} \Rightarrow 2a = 20 \Rightarrow a = 10 \Rightarrow b = 2$$

بنابراین $\frac{a}{b} = 5$

smart- ۱۴۰۰

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴ می دانیم که $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ است.



در این معادله باید $x \notin \mathbb{Z}$ باشد (چون اگر $x \in \mathbb{Z}$ باشد مخرج صفر می‌شود و کسر تعریف نشده است).

$$x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow 5x^2 - 3x - 1 = \frac{-1}{-1} \Rightarrow 5x^2 - 3x - 1 = 1 \Rightarrow 5x^2 - 3x - 2 = 0.$$

$$a+b+c=0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \text{ (چون صحیح است)} \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2}{5} \end{cases}$$

منتها - ۱۳۹۸

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$\left. \begin{aligned} -1 < 1 - \sqrt{3} < 0 &\Rightarrow -1 < (1 - \sqrt{3})^3 < 0 \Rightarrow \left[(1 - \sqrt{3})^3 \right] = -1 \\ 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 &\Rightarrow 0 < (\sqrt{2} - 1)^4 < 1 \Rightarrow \left[(\sqrt{2} - 1)^4 \right] = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow -1 + 0 = -1$$

منتها - ۱۳۹۸

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴

۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴

۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴